МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
XXIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Областен кръг на олимпиадата по астрономия
16 февруари 2020 г.
Възрастова група IX-X клас – решения

1 задача. Луна в перигей и апогей. Луната се движи около Земята по елиптична орбита. Две от характерните точки на орбитата се наричат перигей и апогей.

- А) В коя от двете точки Луната е най-близо до Земята и в коя е най-далече?

На снимката виждате негативни изображения на Луната, направени през 2016 година в моменти на най-голямо отдалечаване и най-голямо приближаване към Земята. Средното разстояние от центъра на Земята до Луната, пресметнато по тези моментни положения, е приблизително 381440 km.

- Б) С колко километра се различава разстоянието до Луната в перигей от разстоянието в апогей?
- В) Кога през годината и при какви условия Луната в пълнолуние би била възможно най-ярка?

Решение:

Най-близката до Земята точка от елиптичната орбита на Луната се нарича перигей, а най-далечната – апогей. *Също така се наричат съответно най-близката и най-далечната до Земята точки от орбитата на всяко тяло, което се движи по елиптична орбита около нея. Когато се говори за най-близка и най-далечна точка, винаги се има предвид разстоянието до центъра на Земята, а не до земната повърхност, която има своите особености във формата и релефа.*

Означаваме с r_1 и r_2 съответно най-далечното и най-близкото разстояние до Луната. Измерваме диаметрите на двете изображения на Луната в милиметри и получаваме:

$$\delta_1 = 53 \text{ mm}$$
$$\delta_2 = 60.5 \text{ mm}$$

Първи начин:

Тези диаметри са пропорционални на видимите ъглови диаметри на Луната в двата случая. Тъй като разстоянието до Луната е много по-голямо от нейния диаметър може да приемем, че видимият ѝ ъглов размер е обратно пропорционален на моментното разстояние до нея. Тогава:

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

Дадено ни е средното аритметично от тези две разстояния. За него можем да напишем:

$$r = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

От последните две равенства намираме:

$$r_2 = \frac{\delta_1}{\delta_2} \cdot r_1$$

$$r_1 = \frac{2r}{1 + \frac{\delta_1}{\delta_2}} \approx 406652 \text{ km}$$

$$r_2 \approx 356228 \text{ km}$$

$$\Delta r = r_2 - r_1 \approx 50\,424 \text{ km}$$

Втори начин: Отношението на промяната на разстоянието до Луната към самото разстояние може да се приеме за равно по абсолютна стойност на отношението на промяната на видимия ѝ ъглов диаметър към самия видим ъглов диаметър:

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta \delta}{\delta}$$

където $\Delta\delta = \delta_2 - \delta_1$, а $\delta = (\delta_1 + \delta_2)/2$. Оттук получаваме:

$$\Delta r = r \cdot \frac{\Delta \delta}{\delta}$$

$$\Delta r \approx 50\,424 \text{ km}$$

Разбира се, трябва да имаме предвид, че ние нямаме информация за обстоятелствата, при които са заснети дадените изображения. Може Луната да е била на различна височина над хоризонта, при получаването на снимките. Теоретично е възможно неопределеността в разстоянието да достигне до един земен радиус, т.е. 6378 km. Но по-вероятно е да бъде в границите на 2-3 хиляди километра. Следователно за разликата в разстоянията е разумно да кажем, че е приблизително около 50 000 km.

За да бъде Луната максимално ярка, тя трябва да е максимално близо както до наблюдателя, така и до Слънцето, което я осветява. Луната в пълнолуние е максимално близо до Слънцето, когато и Земята е максимално близо до Слънцето. Това се случва в началото на юли, когато Земята преминава през перихелия на своята орбита. Ако тогава Луната е в пълнолуние и е в перигей, *който е максимално близък до Земята*, и освен това е в зенита за наблюдателя, то тя ще е максимално ярка.

<u>Критерии за оценяване (общо 12 т.):</u>

За правилен отговор в кои точки Луната е най-близо и най-далече – 2 т.

За правилна математическа постановка на задачата за разликата в разстоянията в апогей и перигей – 5 т.

За верен числен отговор – 1т.

За правилно посочване, че Луната ще е най-ярка, когато Земята по своята орбита е най-близо до Слънцето – 1 т.

За посочване, че това се случва в началото на юли – 1т.

За посочване на обстоятелството, че Луната трябва да е в перигей и в зенита за наблюдателя – 2 т.

2 задача. Хелиоцентризъм и паралаксът на звездите. Преди повече от 2000 години някои древногръцки учени, като Аристотел и Аристарх Самоски, са обмисляли възможността Слънцето да е в центъра на Слънчевата система. Но, както е казвал Аристотел, ако Земята се движи по орбита около Слънцето, ние трябва да виждаме как звездите описват малки кръгчета по небето. Тъй като не виждаме подобно движение, заключил той, Земята е неподвижна. Аристарх Самоски със своите наблюдения и разсъждения стигнал до извода, че Слънцето е значително по-голямо от Земята и така придобил увереността, че Слънцето е в центъра на Слънчевата система, а Земята и останалите планети се движат около него.

В опитите за наблюдение на паралактични отмествания на звездите Аристарх привлякъл войници, отличаващи с особено добро зрение. Някои от тях виждали сърпа на Венера, когато тя е била във фаза близка до долно съединение. Опитите се оказали безуспешни. Според правилното заключение на Аристарх, разстоянията до звездите са толкова големи, че в сравнение с тях, размерите на земната орбита са сравними с точка.

- Определете какви трябва да бъдат разстоянията до най-близките звезди, за да може войниците, които виждат фазите на Венера, да забележат паралактичните им отмествания.

Справочни данни:

Диаметър на Венера – 12104 km

Радиус на орбитата на Венера – 0.7233 au (астрономически единици)

1 au = 149.6×10^6 km

Решение:

За да се виждат паралактичните отмествания, те трябва да бъдат не по-малки от ъгловите размери на Венера в долно съединение. *Разбира се, предполагаме, че наблюдаваме близки звезди на фона на далечни звезди, което ни позволява да проследим видимите движения на близките звезди, породени от паралактичните им отмествания.* Първо пресмятаме видимите ъглови размери на Венера, когато е най-близо до нас, т.е. в долно съединение. Тогава разстоянието до Венера е равно на разликата в радиусите на орбитите на Земята и Венера:

$$r = r_E - r_V = 1 - 0.7233 = 0.2767 \text{ au} = 41394320 \text{ km}$$

Тук r_E и r_V са радиусите на орбитите на Земята и Венера. Ъгловият размер на Венера в долно съединение е:

$$\delta_V = \frac{D_V}{r} = 2.924 \times 10^{-4} \text{ rad} = 60.3 \text{ arcsec}$$

където D_V е диаметърът на Венера в километри. За да виждаме паралактично отместване със същия ъглов размер трябва, гледано от звездата, такъв да е видимият ъглов диаметър на Земната орбита:

$$\delta_{d_E} = \frac{d_E}{r_*} = \delta_V$$

където d_E е линейният диаметър на земната орбита, а r_* е разстоянието до близка звезда. Оттук следва:

$$r_* = \frac{d_E}{\delta_V} = \frac{2 \times 149.6 \times 10^6}{2.924 \times 10^{-4}} = 1.023 \times 10^{12}\ \mathrm{km} = 6840\ \mathrm{au} = 0.03316\ \mathrm{pc}$$

Виждаме, че разстоянието до звездата е повече от 30 пъти по-малко от реалните разстояния до звездите, които са над 1.3 pc.

<u>Критерии за оценяване (общо 12 т.):</u>

За разбиране, че тънкият сърп на Венера се наблюдава близо до долно съединение – 2т.

За определяне на ъгловите размери на Венера в долно съединение – 3т.

За разбиране, че трябва да се определят ъгловите размери на земната орбита, гледана от близка звезда – 2т.

За правилна математическа постановка на задачата – 4т.

За верен числен отговор – 1т.

3 задача. Комета. Снимката, която ви е дадена, е получена чрез наслагване на кадри, на които е фотографирана кометата PanSTARRS (C/2017 T2) в три последователни положения през януари 2020 г. Показано е движението на кометата на фона на звездите. Близо до нея се вижда двойният звезден куп χ и h Персей.

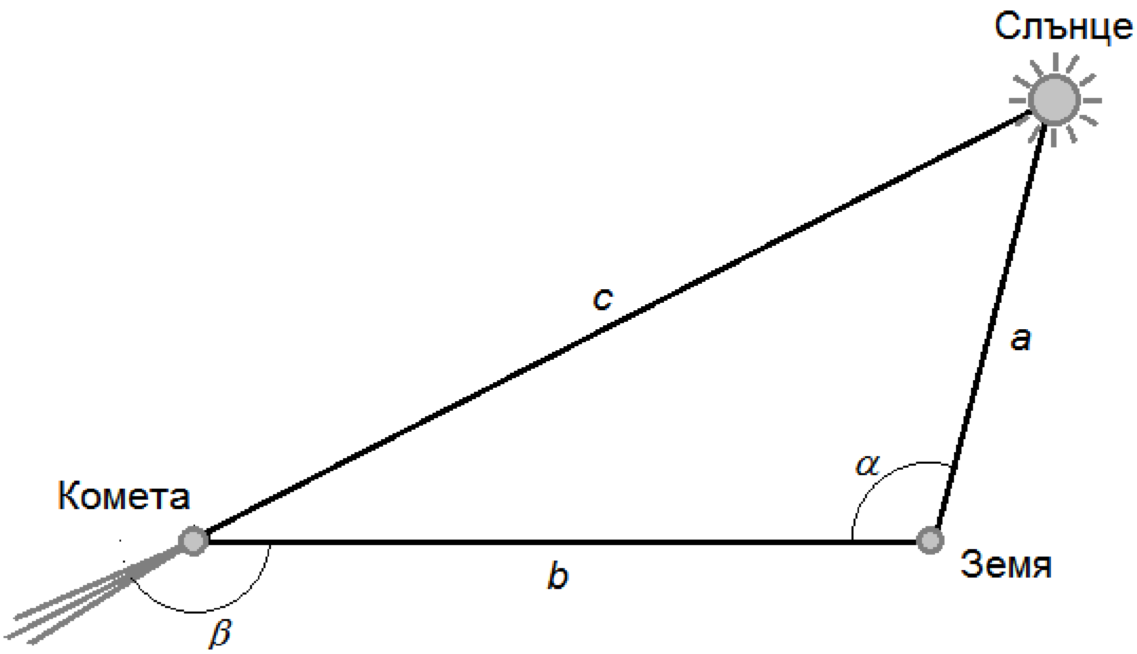
Да наречем светлинна минута разстоянието, което светлината изминава за една минута В момента, когато кометата се е намирала в най-дясното от трите положения на снимката, тя е била на 13 светлинни минути от Земята. Слънцето, както знаем, е на 8 светлинни минути от нас. Видимото ъглово разстояние от кометата до Слънцето е било 105°.

- А) Като използвате подходящ мащаб, начертайте схема, изобразяваща взаимното разположение на Земята, кометата и Слънцето. Чрез измерване по схемата определете на какво разстояние е била кометата от Слънцето в светлинни минути.
- Б) Накъде е насочена кометната опашка? Отбележете посоката върху схемата. Определете ъгъла между кометната опашка и отсечката Земя – комета (използвайте транспортир).

Решение:

Най-лесно е да изберем мащаб, при който 1 светлинна минута е равна на 1 см. Начертаваме триъгълник със страни a = 8 см, b = 13 см и ъгъл между тях α = 105°.

Измерваме третата страна и получаваме c = 16.9 см. Следователно разстоянието от кометата до Слънцето е 16.9 светлинни минути.



Кометната опашка се получава от газовете и праховите частици, които се отделят от кометното ядро и се движат под действие на светлинното налягане на слънчевото лъчение. Затова опашката е насочена в посока обратна на посоката към Слънцето. Измерваме ъгъла между отсечката Земя – комета и кометната опашка и получаваме β = 153°.

Задачата може да се реши и чрез използване на тригонометрични функции и зависимости между ъглите и страните в триъгълника. Разстоянието c може да се намери чрез косинусовата теорема, според която:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha} \approx 16.9\ \text{cm}$$

След това определяме ъгъла β посредством синусовата теорема:

$$\frac{c}{\sin\alpha} = \frac{a}{\sin(180° - \beta)}$$

$$\sin\beta = \frac{a}{c}\sin\alpha$$

$$\beta = 153°$$

<u>Критерии за оценяване (общо 12 т.):</u>
За правилно начертаване на схемата с използване на мащаб – 4 т.
За измерване и получаване на разстоянието комета – Слънце – 2 т.
За начертаване на кометната опашка и обяснение – 4 т.
За измерване на ъгъла между отсечката Земя – комета и опашката – 2 т.

4 задача. Междузвезден гост. През 2017 г. беше открит астероидът Оумуамуа. Неговата висока скорост свидетелстваше за това, че той не е тяло, принадлежащо на Слънчевата система, а идва от междузвездното пространство. Той не можеше да бъде прихванат от слънчевата гравитация и след като прелетя на близко разстояние покрай Слънцето, отново се отправи безвъзвратно в дълбините на космоса.

Дадена ви е кривата на изменение на блясъка на астероида по време на близкото му преминаване покрай Слънцето. По хоризонталната ос е нанесено времето, а по вертикалната ос – видимата звездна величина на астероида. Тази крива кара учените да предположат, че астероидът е много силно издължено тяло.

- Да разгледаме съвсем опростен модел на астероида, при който той представлява дълъг тесен цилиндър с радиус на основата r и дължина h и се върти около ос, която е перпендикулярна както на оста на цилиндъра, така и на зрителния лъч от Земята. Използвайте кривата на блясъка и направете приблизителна оценка на отношението на дължината към диаметъра на цилиндъра $k = h / 2r$.

Решение:

Промяната на блясъка на един астероид, намиращ се на определено разстояние от Земята, зависи от промяната на площта (лицето) на видимата проекция на астероида върху равнина, перпендикулярна на лъча на зрение. При това се предполага, че цялата видима част от астероида е огряна от Слънцето. Това почти винаги е изпълнено, понеже огромната част от астероидите се движат по орбити, които са извън земната орбита. Оумуамуа също премина през Слънчевата система достатъчно далеч от Земята, за което може да се досетим по голямата му звездна величина. По време на фотометричните наблюдения тя се мени между 22-ра и 25-та. Затова може да приемем, че практически цялата видима повърхност на астероида е осветена от Слънцето. Ето защо видимият му блясък ще зависи от площта на видимата проекция на астероида. Понеже се иска да се направи само оценка на отношението на размерите, разглеждаме две ориентации на астероида.

Първата ориентация е когато оста на цилиндъра е перпендикулярна на зрителния лъч. Тогава проекцията е правоъгълник с дълга страна, равна на дължината на цилиндъра и къса страна, равна на диаметъра на основата на цилиндъра. Площта на проекцията е равна на $S_1 = 2rh$. В тази ориентация астероидът има максимален блясък. *Разбира се, може да се разглеждат ориентации, при които цилиндърът е разположен леко диагонално и площта на видимата проекция е възможно да е малко по-голяма, но пресмятанията стават сложни, а ефектът е много малък. От нас се иска да направим само оценка на съотношението в размерите, затова използваме ориентация, при която оста на цилиндъра е перпендикулярна на лъча на зрение.*

Втората ориентация е когато към наблюдателя е насочена основата на цилиндъра. Тя представлява кръг с радиус r и площ равна на $S_2 = \pi r^2$. Тогава видимата проекция на астероида е най-малка. В тази ориентация астероидът има минимален блясък.

Нека разгледаме кривата на блясъка на астероида. Виждаме, че блясъкът в максимум и минимум се различава с около 3 звездни величини. Следователно в максимума на блясъка от астероида идва $(2.512)^3 = 15.85 \approx 16$ пъти повече светлина. Тогава площта на видимата проекция е около 16 пъти по-голяма от площта на видимата проекция в минимум. (Ако използваме не точките с наблюденията от кривата на блясъка, а усреднената крива, представена с бяла пунктирна линия, която апроксимира данните от наблюденията, за амплитудата на кривата на блясъка получаваме около 2.6 звездни величини. Тогава $(2.512)^{2.6} = 10.96 \approx 11$ пъти повече светлина в максимума на блясъка. Това е малко по-реалистична оценка.)

Оттук следва, че:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{2rh}{\pi r^2} = \frac{2h}{\pi r} \approx 16 \text{ (или 11)}$$

Следователно:

$$k = \frac{h}{2r} = 4\pi \approx 12.5 \text{ (или 8.6)}$$

Виждаме, че дължината на астероида е много по-голяма от неговата ширина.

Възможно е да се разгледа случай на модел на астероид близък до диск. Тогава цилиндърът ще има много малка височина и голям диаметър на основата. В този случай максималният блясък е когато към нас е обърната основата на астероида. Нека да предефинираме k като обратното отношение. По същата методика за k получаваме:

$$k = \frac{2r}{h} = \frac{64}{\pi} \approx 20$$

Това би бил изключително тънък диск, който едва ли би могъл да се получи и оцелее при ударната еволюция на астероидите.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За разбиране, че при максимум на блясъка оста на цилиндъра е ориентирана перпендикулярно на зрителния лъч – 1т.

За разбиране, че проекцията на цилиндъра, при максимум представлява правоъгълник – 1т.

За правилно пресмятане на площта на правоъгълника – 1т.

За разбиране, че при минимум на блясъка оста на цилиндъра е ориентирана по зрителния лъч – 1т.

За правилно пресмятане на площта на кръглото сечение на цилиндъра – 1т.

За правилно използване на разликата в звездната величина за определяне на отношението на осветеностите в максимум и минимум на астероида – 2т.

За правилно разбиране и използване на тази информация при формиране на отношението на площите и правилни математически преобразования за намиране на търсеното отношение – 4т.

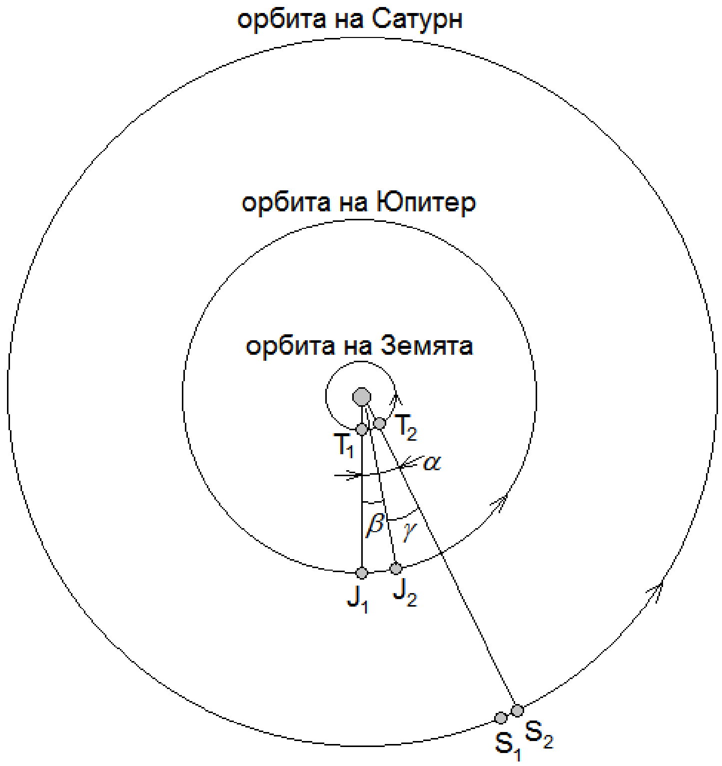
За верен числен отговор – 1т.

5 задача. Юпитер и Сатурн. През 2020 г. Юпитер ще бъде в опозиция на 14 юли в 08^h33^m UT (Универсално време), а Сатурн ще бъде в опозиция на 20 юли в 23^h53^m UT. Орбиталният период на Юпитер е 11.862 години, а на Сатурн – 29.457 години.

- А) Нарисувайте приблизителна схема на разположението на Юпитер, Сатурн и Земята по техните орбити в моментите на опозицията на Юпитер и на опозицията на Сатурн.
- Б) Кога в най-близко време около тези моменти за наблюдател от Юпитер планетата Сатурн ще бъде в опозиция?

Решение:

На схемата с T_1, J_1 и S_1 са показани положенията съответно на Земята, Юпитер и Сатурн на 14 юли, когато Юпитер е в опозиция, а с T_2, J_2 и S_2 – положенията на трите планети на 20 юли, когато Сатурн е в опозиция.



Първо нека определим интервала от време между момента на опозицията на Юпитер и опозицията на Сатурн:

$$\Delta t = 6^d 15^h 20^m \approx 6.6389^d \approx 0.01818 \text{ години}$$

Да означим с T_T, T_J и T_S орбиталните периоди на Земята, Юпитер и Сатурн. Ъгълът, който Земята изминава по своята орбита за времето между опозицията на Юпитер и опозицията на Сатурн, ще бъде:

$$\alpha = 360° \cdot \frac{\Delta t}{T_T}$$

Ъгълът, който Юпитер изминава за същото време, ще бъде:

$$\beta = 360° \cdot \frac{\Delta t}{T_J}$$

За да настъпи опозиция на Сатурн за наблюдател от Юпитер, трябва Юпитер да „настигне" Сатурн, изминавайки по своята орбита ъгъл $\gamma = \alpha - \beta$, относно координатна система с основна ос Слънце – Сатурн. Намираме ъгъла γ от горните две уравнения:

$$\gamma = 360°\Delta t \cdot \left(\frac{1}{T_T} - \frac{1}{T_J}\right)$$

$$\gamma = 360°\Delta t \cdot \frac{T_J - T_T}{T_J T_T}$$

Тук се разглежда относително придвижване на Юпитер спрямо Сатурн, следователно времето, за което Юпитер ще измине ъгъла γ, ще бъде:

$$\Delta t_1 = \frac{\gamma}{360°} \cdot T'$$

където T' е синодичният период на Юпитер относно Сатурн, или което е все едно, синодичният период на Сатурн относно Юпитер. За този период можем да напишем:

$$\frac{1}{T'} = \frac{1}{T_J} - \frac{1}{T_S}$$

$$T' = \frac{T_S T_J}{T_S - T_J}$$

Накрая получаваме:

$$\Delta t_1 = \Delta t \cdot \frac{T_J - T_T}{T_S - T_J} \cdot \frac{T_S}{T_T}$$

$$\Delta t_1 \approx 120.72 \text{ дни}$$

Най-близката опозиция на Сатрун за наблюдател от Юпитер ще се случи 120.72 денонощия след 20 юли, 23^h53^m UT. Можем да определим и датата:

120 дни = 11 дни (до края на юли) + 31 дни (август) + 30 дни (септември) +
+ 31 дни (октомври) + 17 дни (ноемри)

Като се има предвид, че опозицията на Сатурн за Земята е настъпила само 7 минути преди полунощ на 20 срещу 21 юли, то следва да заключим, че опозицията на Сатурн за Юпитер ще бъде на 18 ноември 2020 г.

<u>Критерии за оценяване (общо 12 т.):</u>

За правилно представяне на схемата с положенията на планетите в двата момента – 4 т.

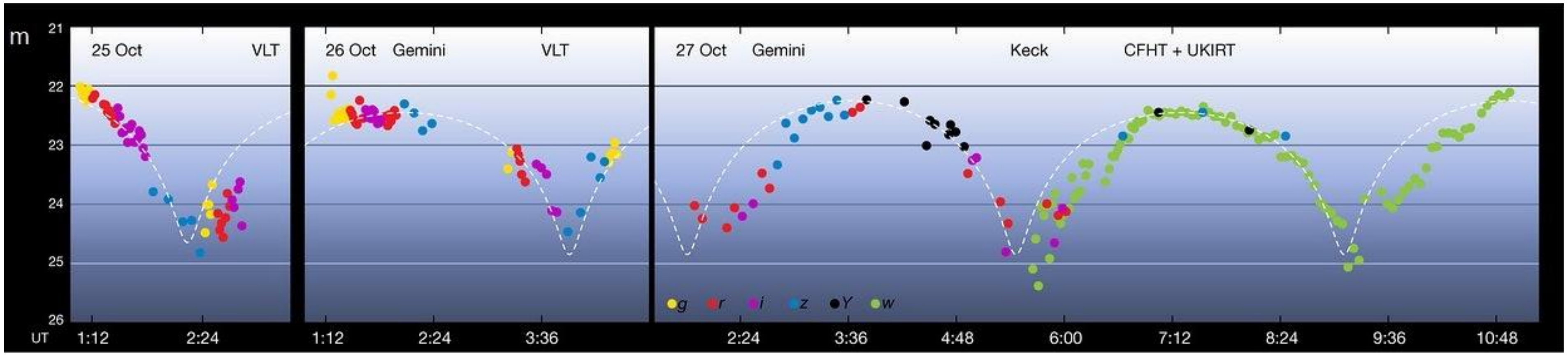
За пресмятане на интервала от време между опозицията на Юпитер и опозицията на Сатурн за Земята – 1 т.

За правилен математически метод за определяне на момента на опозиция на Сатурн за наблюдател от Юпитер – 4 т.

За получаване на формули и числени пресмятания – 2 т.

За определяне на датата на опозицията на Сатурн за наблюдател от Юпитер – 1 т.

Астероидът Оумуамуа – фантастична рисунка



Крива на изменение на блясъка на астероида Оумуамуа – към 4 задача.